"دراسة لطريقة M الحصينة لأنموذج الانحدار الخطي واللاخطي"

دجلة ابراهيم مهدي
كلية الادارة والاقتصاد
جامعة بغداد

المستخلص:

في هذا البحث تم تطبيق طريقة M الحصينة على نماذج الانحدار الخطية واللاخطية وللحالتين البسيط والمتعدد من خلال استخدام ثلاثة دوال هي دالة هوبر Huber ودالة ثنائية الاس Double Exponential ودالة اندراوس Andrews وقد اثبتت طريقة M الحصينة كفائتها عند وجود الشواذ وللحالات المختلفة المدروسة في البحث.

١ – المقدمة:

يعد تحليل الانحدار من أكثر الأدوات الإحصائية الواسعة الاستخدام لتحليل البيانات المتعددة العوامل، وان الطريقة القياسية في التحليل هي استخدام عينة من البيانات لإيجاد تقدير للعلاقة المقترحة. وان هذه العلاقة يعبر عنها بصيغة معادلة وكلاتي:

$$\mathrm{Y} = \alpha + \mathrm{BX} + U \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Y: المتغير المعتمد

X: المتغير المستقل

α, B : معلمات الانحدار

U: المتغير العشوائي

ان معادلة الانحدار المحتوية على متغير مستقل واحد فقط تسمى معادلة الانحدار البسيط Simple Regression Equation أما المحتوية على أكثر من متغير مستقل فتسمى بمعادلة الانحدار المتعدد Multiple Regression Equation .

٢ – هدف البحث:

دراسة لطريقة M الحصينة في حالة نماذج الانحدار الخطية واللاخطية وللحالتين البسيط والمتعدد باستخدام اسلوب المحاكاة عندما يتوزع الخطا توزيعا غير طبيعيا.

٣- تحويل المتغيرات[1] : Transformation Of Variables

إن الأنموذج الذي يصف البيانات يكون خطي في المتغيرات وان هناك ضرورة لتحويل البيانات لان الأنموذج بدلالة المتغير الأصلي يحدث فيه انتهاك لواحد أو أكثر من الفرضيات القياسية، حيث إن أكثر الفرضيات المنتهكة عموما هي تلك الفرضيات المتعلقة بخطية (Linearity) الأنموذج وثبات تباين الخطأ.

ان أنموذج الانحدار يكون خطيا عندما تظهر المعالم الموجودة في الأنموذج بشكل خطي كما في الأنموذج (١)، أما الأنموذج الآتي

$$Y = \alpha\, e^{BX} U \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

فهو أنموذج غير خطي (non linear model) لان المعلمات B لم تظهر في الأنموذج بشكل خطي. ولتحقيق فرضيات نموذج الانحدار القياسي وبدلا من العمل مع المتغيرات الأصلية نقوم في بعض الأحيان بالعمل مع المتغيرات المحولة. فالتحويلات يمكن ان تكون ضرورية لعدة أسباب منها:

١. اعتبارات نظرية يمكن ان تحدد بان العلاقة بين المتغيرين غير خطية فالتحويل الملائم للمتغيرات يمكن ان يجعل العلاقة بين المتغيرات المحولة علاقة خطية.

٢. المتغير المعتمد (Y) يمتلك توزيع احتمالي له تباين مرتبط مع المتوسط، فإذا كان المتوسط يرتبط بقيمة المتغير المستقل (X) فان تباين (Y) سوف يتغير مع (X) وان التباين لن يكون ثابتا، توزيع (Y) أيضا سوف يكون عادة توزيعا غير طبيعيا تحت هذه الظروف.

٣. عندما لا توجد نظرية سابقة ولا أسباب احتمالية تتطلب إجراء التحويل في هذه الحالة فان المبررات اللازمة للتحويل تأتي من فحص البواقي الناتجة من مطابقة أنموذج الانحدار الخطي البسيط على البيانات.

وعليه فان الأنموذج (٢) يمكن تحويله الى أنموذج خطي وكالاتي:

$$Ln(Y) = Ln(\alpha) + BX + Ln(U) \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

٤- طريقة M:

ان تطبيق الطريقة M الحصينة يكون بسبب حدوث خلل في إحدى فرضيات التوزيع الطبيعي أو تلوث البيانات بقيم شاذة حيث تكون هذه الطريقة قليلة الحساسية والتأثر بالشواذ [3]، وتعد من أكثر الطرائق الحصينة انتشارا وذات كفاءة عالية وحيث إن المطلوب من هذه الطريقة هو تصغير المقدار

$$\sum_{i=1}^{r}\rho\left(\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

حيث إن ρ دالة محدبة ومتماثلة ولتحقيق خاصية Scale Invariant تكون الصيغة (٤) كلاتي [٥]

$$\sum_{i=1}^{r}\rho\left(\frac{\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}}{\hat{\sigma}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

وبأخذ المشتقة للدالة ρ بالنسبة إلى متجه المعلمات B ومساواتها إلى الصفر نحصل على

$$\sum_{i=1}^{r}\Psi\left[\frac{\left(\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}\right)}{\hat{\sigma}}\right]\chi_{sj}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

j=1, 2, …….. k

وبإعادة كتابة المعادلة (٦) كلاتي

$$\sum_{i=1}^{r}w_i\chi_{ij}\left(\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}\right)/\hat{\sigma}=0 \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

حيث إن (w_i) دالة الوزن وتحسب كلاتي

$$w_i=\frac{\Psi\left(\frac{\left(\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}_h\right)}{\hat{\sigma}}\right)}{\left[\frac{\left(\mathrm{Y}_i-\chi'_i\mathrm{B}_h\right)}{\hat{\sigma}}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

B_h : متجه المعلمات الابتدائية

$\hat{\sigma}$: تمثل معلمة القياس وتقدر من الصيغة آلاتية

$$\hat{\sigma}=1.483\left[Median\left|u_i-Median\left(u_i\right)\right|\right] \quad \ldots\ldots\ldots.. (9)$$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى يمكن حل المعادلة (٧) كلاتي

$$\hat{\mathrm{B}}=\left(\chi'w\chi\right)^{-1}\chi'wy \quad \ldots\ldots.. (10)$$

وان

W: مصفوفة الأوزان القطرية عناصر القطر فيها الأوزان (w_i)

وبما إن حصانة المقدر تعتمد على الدالة ρ فان هناك صيغ عديدة لهذه الدالة منها

١- دالة Huber [4]

$$\rho(u)=\left[\begin{array}{l}\frac{u^2}{2}\\ c|u|-\frac{c^2}{2}\end{array}\right.$$

$$\Psi(u)=\left[\begin{array}{ll}u & |u|\le c\\ c\,sign(u) & |u|\succ c\end{array}\right.$$

وان c=1.345

٢- دالة ثنائية الأس Double exponential [2]

$$\Psi(u)=\left[\begin{array}{ll}-1 & u\prec 0\\ 1 & u\succ 0\end{array}\right.$$

٣- دالة اندراوس Andrews [2]

$$\Psi(u)=\left[\begin{array}{ll}\sin\left(\frac{u}{h}\right) & |u|\le h\pi\\ 0 & |u|\succ h\pi\end{array}\right.$$

وان h=1.5

٥- المحاكاة:

على فرض ان الخطا العشوائي يتوزع توزيعا خليطا من توزيعين طبيعيين هما $e\sim N(0,\sigma^2)$ وباحتمال (P) أو $e\sim N(k,\sigma^2)$ وان $k\neq 0$ باحتمال (1-P) وان $0\le P\le 1$ وان دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي (e) تكون كما يلي :

$$f_e(e)=\frac{1}{\sqrt{2\sigma^2\Pi}}\left[Pe^{\frac{-e^2}{2\sigma^2}}+(1-P)\,e^{\frac{-(e-k)^2}{2\sigma^2}}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

ومن خلال (١١) نلاحظ ان المتغير العشوائي (e) لا يتوزع توزيعا طبيعيا.

تم تكرار التجربة (٥٠٠) مرة ولإحجام عينات مختلفة (١٠، ٥٠، ١٠٠) وبافتراض قيم معلمات أنموذج الانحدار $\beta_2=0.5$, $\beta_1=2.5$, $\alpha=0.5$ والتي تستخدم لتوليد عينة عشوائية وان (

e) يتم توليده في الحاسوب بإتباع طريقة بوكس – مولر Box - Muller في توليد المشاهدات ذات التوزيع الطبيعي المعياري، وان (k = 0, 4, 12)، وتم اختيار قيم (P = 0.7, 0.8, 0.9) وان قيم (X) يتم توليدها عشوائيا كما تم اخذ $(\sigma^2 = 2)$.

جدول (١) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار

حجم العينة	الدالة	K	الخطي البسيط		اللاخطي البسيط	
			$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$
		0	0.00017	0.01713	0.00265	0.61324
			0.00017	0.01267	0.00108	0.01639
	Huber		0.00013	0.00984	0.00124	0.20246
n=10		4	0.00028	0.01405	0.00921	2.17527
	Exponential		0.00028	0.01257	0.00335	0.02042
			0.00025	0.01169	0.00499	0.9137
P=0.7	Andrews	12	0.00028	0.01385	0.00922	2.16544
			0.00028	0.01256	0.00336	0.02039
			0.00025	0.01146	0.005	0.90802
		0	0.00005	0.00551	0.00032	0.06139
			0.00004	0.01226	0.0004	0.01332
	Huber		0.00004	0.0066	0.00022	0.06634
n=50		4	0.00011	0.00662	0.00076	0.13322
	Exponential		0.0001	0.01231	0.00106	0.01381
			0.00009	0.00714	0.00064	0.13035
P=0.8	Andrews	12	0.00011	0.00661	0.00076	0.13307
			0.0001	0.01231	0.00106	0.01381
			0.00009	0.00713	0.00064	0.13033
		0	0.00014	0.00115	0.00123	0.0681
			0.00008	0.01135	0.0015	0.01545
	Huber		0.00011	0.00037	0.00074	0.01241
n=100		4	0.00016	0.00104	0.00157	0.14397
	Exponential		0.00009	0.01141	0.00228	0.0173
			0.00004	0.00033	0.00102	0.01816
P=0.9	Andrews	12	0.00016	0.00102	0.00159	0.14261
			0.00009	0.01141	0.00229	0.01728
			0.00014	0.00035	0.00103	0.0189

جدول (٢) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار الخطي المتعدد

حجم العينة	الدالة	K	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
n=10 P=0.7	Huber Exponential Andrews	0	0.00007 0.00009 0.00006	0.00666 0.0125 0.00689	0.00002 0.00046 0.00018
		4	0.00023 0.00015 0.00022	0.0019 0.01213 0.00173	0.00404 0.00041 0.00382
		12	0.00023 0.00015 0.00022	0.0019 0.01213 0.00173	0.00404 0.00041 0.00382
n=50 P=0.8	Huber Exponential Andrews	0	0.00023 0.00005 0.00052	0.00793 0.01287 0.0021	0.01155 0.00042 0.04984
		4	0.00035 0.00012 0.00029	0.06366 0.01267 0.04721	0.06074 0.00043 0.03991
		12	0.00035 0.00012 0.00029	0.06337 0.01267 0.0472	0.05985 0.00043 0.03965
n=100 P=0.9	Huber Exponential Andrews	0	0.00024 0.00007 0.00021	0.00757 0.01239 0.01365	0.00979 0.01239 0.00955
		4	0.00025 0.00007 0.00025	0.07026 0.01259 0.07268	0.01059 0.00044 0.01049
		12	0.00025 0.00007 0.00025	0.07023 0.01259 0.07266	0.01066 0.00044 0.01055

جدول (٣) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار اللاخطي المتعدد

حجم العينة	الدالة	K	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
		0	0.00043	0.00076	0.00067

n=10 P=0.7	Huber Exponential Andrews		0.0005 0.00037	0.01187 0.00065	0.00058 0.00001
		4	0.00072 0.00096 0.00072	0.06758 0.0125 0.06758	0.00219 0.0005 0.00219
		12	0.00266 0.00065 0.00266	0.04853 0.01227 0.04853	0.10736 0.00068 0.10736
n=50 P=0.8	Huber Exponential Andrews	0	0.00225 0.00026 0.00278	0.00025 0.01281 0.00037	0.17071 0.00057 0.25884
		4	0.00341 0.00054 0.00354	0.00072 0.01225 0.00068	0.21815 0.00064 0.23803
		12	0.00759 0.00044 0.00583	0.90479 0.01292 0.62431	2.75402 0.00065 1.94263
n=100 P=0.9	Huber Exponential Andrews	0	0.00174 0.00019 0.000174	0.01419 0.01262 0.01317	0.10056 0.00046 0.1003
		4	0.00223 0.00096 0.00223	0.04123 0.0125 0.04123	0.11834 0.0005 0.11834
		12	0.00232 0.0006 0.00226	0.37538 0.01311 0.41537	0.1286 0.00052 0.12707

جدول (٤) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار عندما $\sigma^2 = 2$

حجم العينة	K	الدالة	الخطي البسيط		اللاخطي البسيط	
			$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$
n=10 P=0.7	0	Huber	0.00029	0.00858	0.00745	1.20942
		Exponential	0.00031	0.0124	0.00338	0.01796
		Andrews	0.00027	0.00692	0.00501	0.63996
n=50 P=0.8	0	Huber	0.00016	0.00652	0.0014	0.20794
		Exponential	0.00015	0.01232	0.00197	0.01411
		Andrews	0.00015	0.00704	0.00128	0.21511
n=100 P=0.9	0	Huber	0.00028	0.0004	0.0052	0.03866
		Exponential	0.00017	0.01138	0.00528	0.01485
		Andrews	0.00028	0.0004	0.00374	0.01968

جدول (٥) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار الخطي المتعدد عندما $\sigma^2 = 2$

حجم العينة	K	الدالة	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
n=10 P=0.7	0	Huber	0.00025	0.0002	0.00273
		Exponential	0.00018	0.01192	0.00045
		Andrews	0.00025	0.00018	0.00292
n=50 P=0.8	0	Huber	0.00029	0.03962	0.01438
		Exponential	0.00017	0.01268	0.00047
		Andrews	0.00028	0.03554	0.01218
n=100 P=0.9	0	Huber	0.00046	0.0799	0.01528
		Exponential	0.00017	0.01259	0.00043
		Andrews	0.00046	0.08093	0.01523

جدول (٦) إيجاد MSE لمعلمات أنموذج الانحدار اللاخطي المتعدد عندما $\sigma^2 = 2$

حجم العينة	K	الدالة	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$
n=10 P=0.7	0	Huber	٠,٠٠٤٩٦	0.28111	0.22787
		Exponential	0.00191	0.00851	0.00054
		Andrews	0.00402	0.19612	0.15995
n=50 P=0.8	0	Huber	0.00437	0.3674	0.62677
		Exponential	.00094	0.01297	0.00068
		Andrews	0.00437	0.3674	0.62677
n=100 P=0.9	0	Huber	0.00788	1.10553	0.45983
		Exponential	0.00172	0.0133	0.00051
		Andrews	0.00783	1.12092	0.45594

٦- مناقشة النتائج:

من الجدول (١) وفي حالة أنموذج الانحدار الخطي البسيط نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Andrews هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 50) وعندما (k = 0, 4, 12) فان دالة Andrews هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$) إضافة إلى دالة Exponential عند (k = 0)، وان دالة Huber تكون الافضل عند الـ ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 100) وعندما (k = 0, 12) فان دالة Exponential تكون الأفضل ولكن عند (k = 4) فان دالة Andrews هي الأفضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)، وفي حالة ($\hat{\beta}_1$) فان دالة Andrews تكون الأفضل.

ومن خلال الجدول (١) ايضا وفي حالة أنموذج الانحدار اللاخطي البسيط نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 50) وعندما (k = 0, 4, 12) فان دالة Andrews هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$) وان دالة Exponential تكون الأفضل عند الـ ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 100) وعندما (k = 0, 4, 12) فان دالة Andrews تكون الأفضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)، وفي حالة ($\hat{\beta}_1$) فان دالة Exponential تكون الأفضل عندما (k = 4, 12) ودالة Andrews تكون الأفضل عند (k = 0).

من الجدول (٢) وفي حالة أنموذج الانحدار الخطي المتعدد نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) وعندما (k = 0, 12) فان دالة Andrews تكون هي الأفضل وعند (k = 4) تكون دالة Exponential الأفضل في حالة الـ ($\hat{\alpha}_0$)، وعند الـ ($\hat{\beta}_1$) تكون دالة Huber هي الأفضل في حالة (k = 0) ودالة Andrews الأفضل في حالة (k = 4, 12)، وعند الـ ($\hat{\beta}_2$) تكون دالة Huber الأفضل عندما (k = 0) ودالة Exponential الأفضل عند (k = 4, 12).
- عند حجم العينة (n = 50) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط عند (k = 0) تكون دالة Andrews هي الأفضل في حالة ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 100) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط عند (k = 0) تكون دالة Huber هي الأفضل في حالة ($\hat{\beta}_1$) ودالة Andrews في حالة ($\hat{\beta}_2$).

من الجدول (٣) وفي حالة أنموذج الانحدار اللاخطي المتعدد نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) وعندما (k = 0) فان دالة Andrews تكون هي الأفضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)، وعند (k = 4, 12) فان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط عند (k = 4, 12) تكون دالة Huber و Andrews هي الأفضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)،

- عند حجم العينة (n = 50) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط في حالة ($\hat{\beta}_1$) عند (k = 0) تكون دالة Huber هي الأفضل وعند (k = 4) تكون دالة Andrews هي الأفضل.
- عند حجم العينة (n = 100) وعندما (k = 0, 4, 12) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط عند (k = 0) تكون دالة Andrews في حالة ($\hat{\alpha}_0$) هي الأفضل.

من الجدول (٤) وفي حالة أنموذج الانحدار الخطي البسيط وعند $\sigma^2 = 2$ نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$) ودالة Andrews عند ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 50) دالة Andrews ودالة Exponential هما الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$) ودالة Huber تكون الأفضل عند الـ ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 100) فان دالة Exponential تكون الافضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)، وفي حالة ($\hat{\beta}_1$) فان دالة Andrews ودالة Huber هما الأفضل.

ومن الجدول (٤) ايضا وفي حالة أنموذج الانحدار اللاخطي البسيط وعند $\sigma^2 = 2$ نلاحظ ان

- عند حجم العينة (n = 10) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 50) فان دالة Andrews هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$) وان دالة Exponential تكون الأفضل عند الـ ($\hat{\beta}_1$).
- عند حجم العينة (n = 100) فان دالة Andrews تكون الأفضل في حالة ($\hat{\alpha}_0$)، وفي حالة ($\hat{\beta}_1$) فان دالة Exponential تكون الأفضل.

من الجدول (٥) وفي حالة أنموذج الانحدار الخطي المتعدد وعند $\sigma^2 = 2$ نلاحظ ان

- عند أحجام العينات (n =10, 50, 100) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$) فقط في حالة ($\hat{\beta}_1$) وعند حجم العينة (n = 10) تكون دالة Andrews هي الأفضل.

من الجدول (٦) وفي حالة أنموذج الانحدار اللاخطي المتعدد وعند $\sigma^2 = 2$ نلاحظ ان

- عند أحجام العينات (n =10, 50, 100) نلاحظ ان دالة Exponential هي الأفضل عند الـ ($\hat{\alpha}_0$ و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$).

٧- الاستنتاجات:

١- أثبتت طريقة M الحصينة وبالاعتماد على دالة Andrews تكون أفضل في تقدير أنموذج الانحدار الخطي البسيط من دالة Huber ودالة Double Exponential.

٢- أثبتت طريقة M الحصينة وبالاعتماد على دالة Double Exponential تكون أفضل في تقدير أنموذج الانحدار اللاخطي البسيط من الدوال الأخرى المستخدمة في البحث.

٣- تكون طريقة M الحصينة وبالاعتماد على دالة Double Exponential أفضل في تقدير أنموذج الانحدار الخطي وأنموذج الانحدار اللاخطي المتعدد من الدوال الأخرى المستخدمة في البحث.

٨- المصادر:

١- جاتيرجي، سامبريت وبرايس، بيرترام (١٩٩٠) "تحليل الانحدار بالأمثلة" ترجمة محمد مناجد ومراجعة الدكتور أموري هادي، مطبعة التعليم العالي في الموصل.

٢- ججو، نضال قربا قوس (١٩٨٩) "مخمنات حصينة لنموذج الانحدار الخطي " رسالة ماجستير، كلية التربية الثانية، ابن الهيثم، جامعة بغداد.

٣- العزاوي، احمد ذياب (٢٠٠٥) "المقارنة بين بعض طرائق تقدير أنموذج انحدار اللوجستك والطرائق الحصينة للتجارب الحياتية ذات الاستجابة الثنائية باستخدام أسلوب المحاكاة" رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

4- Huber, P.J. (1981) ”Robust Statistics” New York, John Wiley & Sons.

5- Launer, R.L. And Wilkingson, G.N.(1979)”Robustness in statistics” Academic press, Inc. New York.

Abstract:

In this researcher we applied an M-Robust method for the linear and non-linear regression models (for simple and multiple linear regression models). This applied by using three function (Huber, Double exponential, Andrews). Finally we proved that the efficiency of M-Robust method is the best when we have outliers as been shown in the study cases.